

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

EXERCICE 1 : 3 points

On considère le système (S) : $\begin{cases} y' = -z \\ z' = y - 2x \end{cases}$ d'inconnue $(y; z)$: y et z sont des fonctions définies sur $\mathbb{R}$.

1. Démontrer que si le couple (f, g) de fonctions est solution de (S) , alors les fonctions f et g sont deux fois dérivables dans $\mathbb{R}$ et vérifient l'équation (E) : $u'' + 2u' + u = 0$. 1pt
2. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) et en déduire toutes les primitives de la fonction h définie dans $\mathbb{R}$ par $h(x) = (2 - x)e^{-x}$. 1pt
- b) Dresser le tableau de variations de h . 1pt

EXERCICE 2 : 4,5 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \cos 2x - 2\cos x$.

1. Étudier la parité de f et montrer que f est périodique de période 2π sur $\mathbb{R}$. 1pt
2. Montrer que la dérivée f' de f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) = 2\sin x(1 - 2\cos x)$. 0,75pt
3. Étudier le signe de f' sur l'intervalle $[0; \pi]$. 0,75pt
4. Dresser le tableau des variations de f sur l'intervalle $[0; \pi]$. 0,75pt
5. Construire la courbe (C) de f sur l'intervalle $[-\pi; 3\pi]$. 1,25pt

EXERCICE 3 : 4,5 points

L'espace E est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère les droites (D) et (L) définies par (D) : $\begin{cases} x + y = 3 \\ y + z = 2 \end{cases}$ et (L) : $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = t - 1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

$S_{(D)}$ et $S_{(L)}$ sont les demi-tours d'axes respectifs (D) et (L) .

1. a) Démontrer que (D) et (L) sont perpendiculaires en un point dont on précisera les coordonnées. 1pt
- b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de l'application $S_{(D)} \circ S_{(L)}$. 0,5pt
2. Déterminer l'expression analytique de $S_{(D)}$. 0,75pt
3. Dans V l'espace vectoriel de E , on considère les vecteurs $\vec{e}_1 = \vec{i} - 2\vec{j}$ et $\vec{e}_2 = 2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$.
Soit f un endomorphisme V de V définie par $f(\vec{i}) = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$; $f(\vec{j}) = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; $f(\vec{k}) = \vec{j}$.
- a) Montrer que f est un automorphisme de V . 0,5pt
- b) En déduire $\text{Im} f$ et $\text{Ker} f$. 0,5pt
4. a) Montrer que $(\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{j})$ est une base de V . 0,5pt
- b) Écrire la matrice de f dans la base $(\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{j})$. 0,75pt

EXERCICE 4 : 3 points

Une urne contient 6 boules indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 6. On tire successivement, au hasard et sans remise 2 boules de cette urne. On note a le numéro de la première boule tirée et b celui de la deuxième.

On considère la transformation F du plan d'écriture complexe $z' = aiz + b$ et (C) la courbe d'équation $\frac{x^2}{a^2} + (-1)^n \frac{y^2}{b^2} = 1$.

1. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

a) A : « F est une rotation ».

0,75pt

b) E : « (C) est une ellipse de demi distance focal $c = \sqrt{b^2 - a^2}$ ».

0,75pt

2. Soit t_k l'application du plan d'écriture complexe $z' = kiz + k^2$ dans un repère orthonormé direct du plan. ($k \in \mathbb{R}, k > 0$).

a) Déterminer la nature de la transformation t_k .

0,25pt

b) Soit A_k le centre de t_k , déterminer l'ensemble des points A_k lorsque k décrit $\mathbb{R}_+^*$.

0,5pt

c) Démontrer que pour tous réels k et k' strictement positifs, $t_k \circ t_{k'} = t_{k'} \circ t_k$ si et seulement si $k = k'$.

0,5pt

d) Déterminer la nature de $t_k \circ t_{k'}$.

0,25pt

Partie B : EVALUATION DES COMPÉTENCES : 5 points

Situation :

Dans le tableau ci-contre, les lettres sont les initiales des villes d'une région et les nombres entiers sont les longueurs des routes en km liant les unes aux autres.

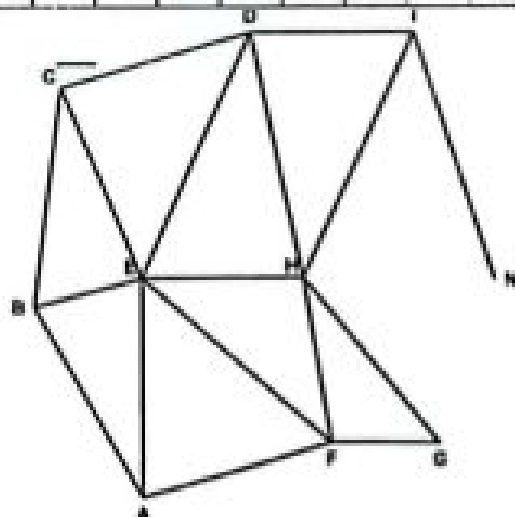
A ce tableau est lié le graphe ci-après.

Pour résorber le problème de sécurité, l'entreprise ENEO dont le siège est dans la ville A, voudrait électrifier toutes ces routes à l'aide d'un câble électrique qui coûte 1300F le mètre.

Elle prévoit 1,4 milliard de francs pour l'achat du câble. La réunion de lancement de ces travaux entre les autorités de la région et le chef du projet qui habite la ville A est prévue à 8h 00 dans la ville N. Il doit s'y rendre en empruntant le chemin le plus court. Il quitte la ville A à 5h15 et son chauffeur roule à une vitesse moyenne de 60km/h.

En vue d'électrifier aussi les quartiers de cette région, un recensement fait en 2008 révèle que cela ne sera possible que si l'effectif de la population est doublé. Or l'effectif de cette population n'augmente que de 5% chaque année par rapport à l'année précédente.

	B	C	D	E	F	G	H	I	N
A	70			90	50				
B		70		30					
C				80					
D		60						45	
E			75		55		40		
F						40	55		
G							70		
H			75					85	57
I									71



Tâches :

1. A partir de quelle année ENEO pourra-t-elle électrifier les routes de cette région ?

1,5pt

2. Le Chef du projet pourra-t-il être présent à la réunion dans la ville N à l'heure prévue ?

1,5pt

3. Le montant prévu par ENEO suffira-t-il pour l'achat du câble électrique ?

1,5pt

Présentation :

0,5pt

Epreuve zéro 2022.

Partie A:

Exercice 1:

1. Supposons que (f, g) est solution de (S), alors :

$$\begin{cases} f' = -g \\ g' = f - 2g \end{cases}$$

sur $\mathbb{R}$

f' est dérivable car $-g$ l'est

g' est dérivable sur $\mathbb{R}$ car $f - 2g$ l'est

donc f et g sont 2 fois dérivables sur $\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} f'' + 2f' + f &= (-g)' + 2(-g) + g' + 2g \\ &= -g' - 2g + g' + 2g = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g'' + 2g' + g &= (f - 2g)' + 2(f - 2g) + g \\ &= f' - 2g' + 2f - 4g + g \\ &= -g - 2(f - 2g) + 2f - 3g \\ &= -g - 2f + 4g + 2f - 3g = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g'' + 2g' + g &= +3g - 2f + 2f - 3g \\ &= 0. \end{aligned}$$

ie f et g vérifient (E).

2.a) (E) : $u'' + 2u' + u = 0$.

L'équation caractéristique de (E) est $r^2 + 2r + 1 = 0$ ie $r = -1$.
Les solutions de (E) sont les fonctions de la forme :

$$u(x) = (Ax + B)e^{-x}; A, B \in \mathbb{R}.$$

$h(x)$ est une solution de (E)

($A = -1$; $B = 2$). Donc,

$$h''(x) + 2h'(x) + h(x) = 0.$$

$$\text{ie } h(x) = -h''(x) - 2h'(x).$$

Les primitives de h sont les fonctions de la forme :

$$\begin{aligned} H(x) &= -h'(x) - 2h(x) + k; k \in \mathbb{R} \\ &= -e^{-x} - e^{-x}(2-x) - 2(2-x)e^{-x} + k \\ &= (-7+4x)e^{-x} + k; k \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

b) $\forall x \in \mathbb{R}, h'(x) = -e^{-x} - e^{-x}(2-x)$
 $= e^{-x}(-3+x).$

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3.$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$	$-e^{-3}$	0

$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2-x)e^{-x}$
 $= +\infty$ car $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty.$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x)e^{-x}$
 $= 0$ car $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0.$

$h(3) = (2-3)e^{-3} = -e^{-3}.$

Exercice 2:

1. a) (D): $\begin{cases} x+y=3 \\ y+z=2 \end{cases} \begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=t-1 \end{cases} t \in \mathbb{R}$

En posant $z = \alpha$,

$y = 2 - z = 2 - \alpha; x = 3 - y = +1 + \alpha.$

(D): $\begin{cases} x = +1 + \alpha \\ y = 2 - \alpha \\ z = \alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}.$

$\vec{u}_D \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{u}_L \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{u}_D \cdot \vec{u}_L = 1 \times 1 - 1 \times 2 + 1 \times 1 = 0.$

Donc (D) $\perp$ (L).

Soit $M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = (D) \cap (L).$ Alors

$x+y=3 \Leftrightarrow t+2t=3$
 $\Leftrightarrow t=1.$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \times 1=2 \\ z=1-1=0. \end{cases}$

ie $M \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$

b). $S_D \circ S_L$ est la symétrie centrale de centre $M \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$

2) Soient $M' \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$, $M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tels que

$$M' = S(D) \frac{(M)}{MM'} \cdot \vec{u}_D = 0 \quad (1)$$

$$\begin{cases} \text{mil}[MM'] \in (D) \end{cases} \quad (2)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' - x \\ y' - y \\ z' - z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow x' - x + y' - y + z' - z = 0 \quad (1')$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x' + x}{2} = 1 + x \\ \frac{y' + y}{2} = 2 - x \\ \frac{z' + z}{2} = x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 + 2x - x \\ y' = 4 - 2x - y \\ z' = 2x - z \end{cases} \quad (2')$$

$$(1') \Leftrightarrow 2 + 2x - x - x + y - 4 + 2x + y + 2x - z - z = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{6}(2x - 2y + 2z)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}(x - y + z).$$

$$(2') \Leftrightarrow \begin{cases} 3x' = 6 + 2(x - y + z) - 3x \\ 3y' = 12 - 2(x - y + z) - 3y \\ 3z' = 2(x - y + z) - 3z \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x' = -x - 2y + 2z + 6 \\ 3y' = -2x - y - 2z + 12 \\ 3z' = 2x - 2y - z \end{cases}$$

3. a) soit $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \in V$, cherchons

$$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in V \mid \vec{v} = f(\vec{u}).$$

$$\vec{v} = f(\vec{u}) \Leftrightarrow \vec{v} = x f(\vec{i}) + y f(\vec{j}) + z f(\vec{k})$$

$$\Leftrightarrow \vec{v} = x(-\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}) + y(2\vec{i} - 4\vec{j}) + z(\vec{j})$$

$$\Leftrightarrow x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k} = (-x + 2y)\vec{i} + (2x - 4y + z)\vec{j} + (2x)\vec{k}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x + 2y \quad (1) \\ y' = 2x - 4y + z \quad (2) \\ z' = 2x \quad (3) \end{cases}$$

$$(3) \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}z' \quad (3')$$

③ dans ① et ② donne

epreuvezero.online

$$\begin{cases} 2y = x' + x = x' + \frac{1}{2}z' \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = y' - 2x + 4y = y' - 2\left(\frac{1}{2}z'\right) + 4\left(\frac{1}{2}x' + \frac{1}{4}z'\right) \end{cases}$$

$$\text{ie } \begin{cases} x = \frac{1}{2}z' \\ y = \frac{1}{2}x' + \frac{1}{4}z' \\ z = 2x' + y' \end{cases}$$

De plus $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ est unique donc f est bijective et par suite est un automorphisme de V .

$$b) \text{Im } f = V, \text{ Ker } f = \{0_V\}.$$

4.a) soient $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ tels que

$$\alpha \vec{e}_1 + \beta \vec{e}_2 + \gamma \vec{f} = \vec{0}.$$

$$\text{ie } \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{ie } \begin{cases} \alpha + \beta = 0 & \textcircled{1} \\ -2\alpha + \beta + \gamma = 0 & \textcircled{2} \\ -4\beta = 0 & \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \Rightarrow \beta = 0.$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow \alpha = -\beta = 0$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \gamma = 2\alpha - \beta = 0.$$

$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{f})$ est donc une famille libre de 3 vecteurs, d'un espace vectoriel de dimension 3. c'est donc une base de V .

$$\begin{aligned} b) f(\vec{e}_1) &= f(\vec{i} - 2\vec{j}) \\ &= f(\vec{i}) - 2f(\vec{j}) + 2\vec{k} \\ &= -5\vec{i} + 10\vec{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(\vec{e}_2) &= f(2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}) \\ &= 2f(\vec{i}) + f(\vec{j}) - 4f(\vec{k}) \\ &= -4\vec{j} + 4\vec{k} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \vec{i} - 2\vec{j} = \vec{e}_1 & \textcircled{1} \\ 2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k} = \vec{e}_2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow \vec{k} = \vec{e}_1 + 2\vec{j} \quad \textcircled{1}'$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1}' \text{ dans } \textcircled{2} &\Leftrightarrow 2(\vec{e}_1 + 2\vec{j}) + \vec{j} - 4\vec{k} = \vec{e}_2 \\ &\Leftrightarrow -4\vec{k} = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 5\vec{j} \\ &\Leftrightarrow \vec{k} = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{4}\vec{e}_2 + \frac{5}{4}\vec{j} \end{aligned}$$

$$f(\vec{e}_1) = -5(\vec{e}_1 + 2\vec{j}) + 10\vec{j} + 2\left(\frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{4}\vec{e}_2 + \frac{5}{4}\vec{j}\right)$$

$$f(\vec{e}_1) = -4\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{5}{2}\vec{j}$$

$$f(\vec{e}_2) = -4\vec{j} + 4\left(\frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{4}\vec{e}_2 + \frac{5}{4}\vec{j}\right)$$

$$f(\vec{e}_2) = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{j}$$

$$\begin{aligned} f(\vec{j}) &= 2\vec{e}_1 - 4\vec{j} \\ &= 2(\vec{e}_1 + 2\vec{j}) - 4\vec{j} \end{aligned}$$

$$f(\vec{j}) = 2\vec{e}_1$$

$$M_{(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{j})}^f = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 2 \\ -\frac{1}{2} & -1 & 0 \\ \frac{5}{2} & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

epreuvezero.online Exercice 4:

$$1. \quad F: z' = aiz + b$$

$$(C): \frac{x^2}{a^2} + (-1)^a \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$a) F \text{ est une rotation} \Leftrightarrow \begin{cases} ai \notin \mathbb{R} \\ |ai| = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a = 1$$

$$P(A) = \frac{A_1^1 \times A_5^1}{A_6^2} = \frac{1}{6}$$

$$b) (C) \text{ est une ellipse} \Leftrightarrow (-1)^a = 1$$

$$\Leftrightarrow a \text{ pair}$$

$$\Leftrightarrow a \in \{2; 4; 6\}$$

$$c = \sqrt{b^2 - a^2} \Leftrightarrow b > a$$

$$P(E) = \frac{A_1^1 \times A_4^1 + A_1^1 \times A_2^1}{A_6^2} = \frac{1}{5}$$

$$2. a) t_k: z' = kiz + k^2; (k > 0)$$

$$ki \notin \mathbb{R} \text{ et } |ki| = k$$

si $k = 1$, t_k est une rotation de centre $\Omega_k(z_{\Omega_k})$ et d'angle

$$\theta = \text{Arg}(k i) = \pi/2.$$

$$z_{\Omega_k} = \frac{-k^2}{1 - k i} = \frac{k^2(1 + k i)}{k^2 + 1} = \frac{k^2}{1 + k^2} + i \frac{k^3}{1 + k^2}.$$

si $k \neq 1$, t_k est la similitude de centre z_k , de rapport k et d'angle $\pi/2$.

$$b) A_k(z_k): z_k = \frac{k^2}{1 + k^2} + i \frac{k^3}{1 + k^2}$$

$$\begin{cases} x_k = \frac{k^2}{1 + k^2} \\ y_k = \frac{k^3}{1 + k^2} \end{cases} \Leftrightarrow y_k = k x_k.$$

L'ensemble cherché est la droite d'équation $y_k = k x_k$; $k > 0$.

$$c) t_k \circ t_{k'}: z' = k i (k' i z + k'^2) + k^2$$

$$z' = -k k' z + k^2 + i k k'^2$$

epreuvezero.online

$$t_{k'} \circ t_k: z' = k' i (k i z + k^2) + k'^2$$

$$z' = -k k' z + k'^2 + i k k'^2$$

$$t_k \circ t_{k'} = t_{k'} \circ t_k \Leftrightarrow k^2 + i k k'^2 = k'^2 + i k k'^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k^2 = k'^2 \\ k k'^2 = k' k^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = k' \\ k k' (k' - k) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow k = k'.$$

$$t_k \circ t_{k'}: z' = -k k' z + k^2 + i k k'^2.$$

* Si $k k' = +1$, alors

$$z' = -z + k^2 + i k', \text{ Dans ce cas,}$$

$t_k \circ t_{k'}$ est une symétrie centrale, de centre.

$$A(z = \frac{k^2}{2} + i \frac{k'}{2}).$$

* si $kk' \neq 1$, $t_k \circ t_{k'}$ est une homothétie de centre $A(z_A)$ et de rapport $k'' = -kk'$.

$$z_A = \frac{k^2 + i k k'^2}{1 + k k'}.$$

Partie B :

1) Soit E_n l'effectif de la population à l'année $2008 + n$; $n \in \mathbb{N}$.

$$E_1 = E_0 + 0,05 E_0 = 1,05 E_0$$

$$E_2 = E_1 + 0,05 E_1 = (1,05)^2 E_0.$$

(E_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,05$ et de 1^{er} terme E_0 .

$$\forall n \in \mathbb{N}, E_n = E_0 (1,05)^n.$$

Si la population est doublée à l'année $2008 + n_0$, alors,

epreuvezero.online

$$E_{n_0} \geq 2 E_0 \Leftrightarrow (1,05)^{n_0} E_0 \geq 2 E_0$$

$$\Leftrightarrow (1,05)^{n_0} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow n_0 \geq \frac{\ln(2)}{\ln(1,05)}$$

$$\Leftrightarrow n_0 = E \left[\frac{\ln(2)}{\ln(1,05)} \right] + 1$$

$$\Leftrightarrow n_0 = 15,$$

$$\Leftrightarrow 2008 + 15 = 2023.$$

c'est donc à partir de l'année 2023 que ENEO pourra électrifier les routes de cette région.

g. À l'aide de l'algorithme de Dijkstra, cherchons d'abord le plus court chemin entre A et N.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	N.
O	70-A			90-A	50-A				
X				105-F	50-A	90-F	105-F		
X	70-A	140-B		100-B	X				
X	X	170-E	165-E	90-A	X		130-E		
X	X			X	X	90-F	140-G		
X	X		180-H	X	X	X	105-F	190-H	162-H
X	X	140-B	200-C	X	X	X	X		
X	X	X		X	X	X	X	233-N	162-H

Le chemin le plus court est epreuvezero.online Exercice 2:

long de 162 Km. Le temps mis pour le parcourir est : $t = \frac{d}{v} = \frac{162}{60}$

$$t = 2,7 \text{ h} = 2 \text{ h } 42 \text{ min.}$$

Etant quitté de A à 5h15min, il va donc arriver à N à 7h57min.

Le chef de projet sera donc présent à la réunion à l'heure prévue.

3. La distance totale à électrifier est égale à la somme des poids de toutes les arêtes du graphe.

$$\text{ie } D_T = 1118 \text{ km} = 1118000 \text{ m.}$$

La dépense totale est donc :

$$1118000 \times 1300 = 1453400000 \text{ FCFA.}$$

Ce montant est supérieur à 1,4 milliard.

Donc, le montant prévu par ENEO ne suffira pas pour l'achat du câble électrique.

1. Soit $x \in \mathbb{R}$, alors $-x \in \mathbb{R}$, et

$$\begin{aligned} f(-x) &= \cos(-2x) - 2\cos(-x) \\ &= \cos(2x) - 2\cos x \\ &= f(x). \end{aligned}$$

Donc f est paire,

$$\begin{aligned} f(x+2\pi) &= \cos(2x+4\pi) - 2\cos(x+2\pi) \\ &= \cos(2x) - 2\cos x \\ &= f(x). \end{aligned}$$

2. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{R}, f'(x) &= -2\sin(2x) + 2\sin x \\ &= -2(2\sin x \cos x) + 2\sin x \\ f'(x) &= 2\sin x (1 - 2\cos x). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. f'(x) = 0 &\Leftrightarrow \sin x = 0 \text{ ou } \cos x = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \pi \text{ ou } x = \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

x	0	$\pi/3$	π
$2\sin x$	0	+	0
$1-2\cos x$	+	0	+
$f'(x)$	0	-	+

4.

epreuvezero.online

x	0	$\pi/3$	π
$f'(x)$	0	0	0
		-	+
$f(x)$	-1	$-3/2$	3

$$f(\pi/3) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - 2\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= -\frac{1}{2} - 2 \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$f(\pi) = \cos(2\pi) - 2\cos(\pi) = 3.$$

5. Pour construire (C) :

① Construire (C) sur $[0; \pi]$.

② Faire la symétrie de la courbe obtenue par rapport à l'axe des ordonnées (car f est paire).

On obtient (C) sur $[-\pi; \pi]$.

③ Reproduire la courbe obtenue sur $[\pi; 3\pi]$.

// Courbe en Annexe.

