

Exercice 1 : 5,75 points

A et B sont deux points du plan tels que $AB=6$. Le but de cet exercice est de déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 26$ par deux méthodes :

1. Par la géométrie métrique

a) Soit I le milieu du segment $[AB]$. Montrer que pour tout point M du plan,

$$\text{on a } MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2. \quad \text{0,75 pt}$$

b) En déduire que $MA^2 + MB^2 = 26$ équivaut à $MI^2 = 4$. 0,5 pt

c) Déduire la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (E). 0,75 pt

2. Par les nombres complexes

On munit le plan du repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) . Les points A et B ont pour affixes respectifs $z_A = -2+i$ et $z_B = -2-5i$. Le point M a pour affixe $z = x + iy$.

a) Calculer le module du nombre complexe $z_B - z_A$ et l'affixe du milieu I du segment $[AB]$. 1 pt

b) Calculer en fonction de x et y le module de chacun des nombres complexes $z - z_A$ et $z - z_B$. 1 pt

c) Montrer que $MA^2 + MB^2 = 26$ équivaut à $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 4 = 0$. 0,75 pt

d) En déduire que M appartient à l'ensemble (E) si et seulement si $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$ et conclure. 1 pt

Exercice 2 : 4,25 points

1. Le tableau ci-dessous donne la répartition des 100 ouvriers d'une société industrielle de la place en fonction de leur âge :

Age	$[18;22[$	$[22;26[$	$[26;30[$	$[30;34[$	$[34;38[$	$[38;42[$
Nombre d'ouvriers	17	23	x^2	18	12	x

a) Calculer x . 1 pt

b) Déterminer l'âge moyen de ces ouvriers lorsque $x = 5$. 1 pt

2. Le chiffre d'affaires de cette société est de 100 000 000 FCFA au 1^{er} janvier 2015 et augmente chaque année de 6%. Soit C_n le chiffre d'affaires en FCFA de cette société au 1^{er} janvier de l'an 2015 + n années. On donne $C_0 = 100 000 000$.

a) Calculer C_1 et C_2 . 1 pt

b) Montrer que pour tout entier naturel n, $C_{n+1} = 1,06C_n$. 0,5 pt

c) Quel sera ce chiffre d'affaires dans 10 ans ? (On donnera le résultat arrondi à l'unité supérieure) 0,75 pt

NJATTOO

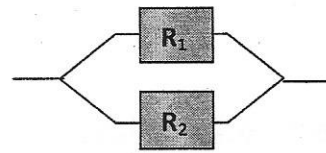
Problème : 10 points

Partie A

En électricité, lorsqu'on monte en parallèle deux

résistors de résistances R_1 et R_2 , on obtient un dipôle passif linéaire de résistance R

telle que $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.



1. Calculer R lorsque :

a) $R_1 = 0,5\Omega$ et $R_2 = 0,75\Omega$.

1 pt

b) $R_1 = 1,5\Omega$ et $R_2 = 2,5\Omega$.

1 pt

2. On suppose que les résistances R_1 et R_2 sont données en ohms (Ω) par :

$R_1 = 2x$ et $R_2 = 1 - x$, avec $0 < x < 1$.

Montrer que $R = \frac{-2x^2 + 2x}{x+1}$.

2 pts

Partie B

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur l'intervalle

$]0;1[$ par : $f(x) = \frac{-2x^2 + 2x}{x+1}$.

1. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle $]0;1[$.

1 pt

2. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0;1[$, $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]0; -1 + \sqrt{2}[$.

2 pts

3. En déduire les variations de f .

1 pt

4. Dresser le tableau de variation de f .

1 pt

5. Quelle est la valeur de x pour laquelle la résistance R de la partie A est maximale ? Quelle est cette résistance maximale ?

1 pt