CONCOURS D'ENTREE EN $1^{ère}$ ANNEE
ENSET
session de 2014
CORRECTION DE L'EPREUVE DE SPECIALITE
Série : F1, MF, CH, CM, MA

Exercice 1 :

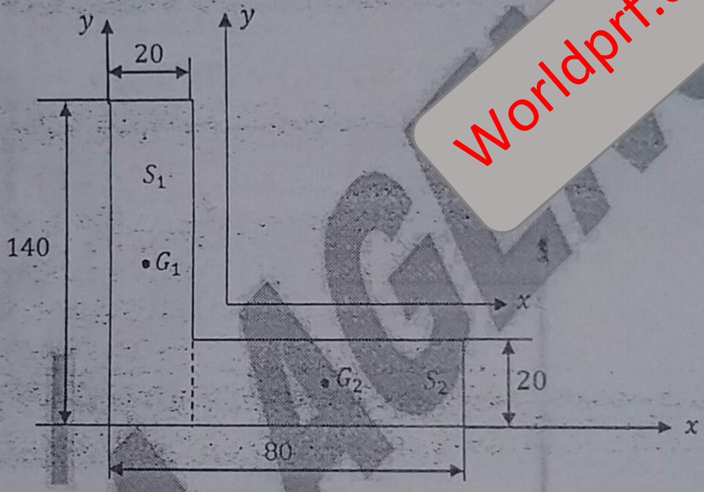


Figure 1: Section d'une poutre

Calculons les moments quadratiques maximal et minimal au centre de gravité G de cette poutre

- *Déterminons le centre de surface G de cette section S*

$$S_1 = 140 \times 20 = 2800\ mm^2$$

$$S_2 = 60 \times 20 = 1200\ mm^2$$

$$S = S_1 + S_2 = 4000\ mm^2$$

$$G_1 = \begin{vmatrix} 10 \\ 70 \end{vmatrix} \quad ; \quad G_2 \begin{vmatrix} 50 \\ 10 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{S_1\overrightarrow{OG_1} + S_2\overrightarrow{OG_2}}{S}$$

$$\Rightarrow \quad x_G = \frac{x_{G_1}S_1 + x_{G_2}S_2}{S} = 22\ mm$$

$$y_G = \frac{y_{G_1}S_1 + y_{G_2}S_2}{S} = 52\ mm$$

- *Déterminons* I_{G_x}, I_{G_y} *et* $I_{G_{xy}}$

$$I_{G_x} = I_{G_{1x}} + I_{G_{2x}}$$

$$I_{1G_x} = I_{1G_1x} + S_1 d_1^2\ ,\ \text{où}\ d_1 = y_{G_1} - y_G$$

$$I_{1G_1x} = \frac{20 \times 140^3}{12} + 2800(70-52)^2$$

$$I_{1G_x} = 5480533{,}3\ mm^4$$

$$I_{2G\ x} = \frac{60 \times 20^3}{12} + 1200 \times (70-10)^2 = 2156800 mm^4$$

$$D'\text{où}\ I_2G_x = 7637333{,}3\ mm^4$$

De même

$$I_{Gy} = I_1G_y + I_2G_y$$

$$I_1G_y = \frac{140 \times 20^3}{12} + 2800 \times (21-10)^2 = 496533{,}3\ mm^4$$

$$I_2G_y = \frac{20 \times 60^3}{12} + 1200(50-22)^2 = 1300800 mm^4$$

$$D'\text{où}\ I_{Gy} = 1\,797\,333{,}3\ mm^4$$

Soit I_1G_{xy} *et* I_2G_{xy} *les moments produits de* S_1 *et* S_2 *par rapport à* $(O, \vec{x}, \vec{y})$

$$I_{Gxy} = I_1G_{xy} + I_2G_{xy}$$

$$I_1G_{xy} = I_1G_{1xy} + S_1 x_{G_1} y_{G_1} = 0 + 2800 \times (0-22)(70-52)$$
$$= -604800\ mm^4$$

$$I_2G_{xy} = I_2G_{2xy} + S_2 x_{G_2} y_{G_2} = 0 + 1200 \times (50-22)(10-52)$$
$$= -1411\,200\ mm^4$$

$$D'\text{où}\ I_{Gxy} = -2016000\ mm^4$$

Déterminons la position des axes principaux au centre de surface G de la section (S) *et de valeur des moments quadratique max et min.*

$$\tan 2\varphi = -\frac{2I_{max}}{I_{ax} - I_{ay}} = \frac{-2 \times (-2016000)}{7637333{,}3 - 1797333{,}3} = 0{,}6904$$

$$D'\text{où}\ \varphi_1 = (\vec{x}, \vec{X}) = 17{,}31°\ et\ \varphi_2 = 107{,}31°$$

$$I_{max} = \frac{I_{Gx} + I_{Gy}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left[I_{Gx} - I_{Gy}\right]^2 + 4I_{Gxy}^2}$$

$$On\ obtient\ I_{max} = 8265664{,}7\ mm^4$$

$$I_{min} = \frac{I_{Gx} + I_{Gy}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\left[I_{Gx} - I_{Gy}\right]^2 + 4I_{Gxy}^2}$$

On obtient $I_{min} = 1169001{,}9\ mm^4$

Exercice 2 :

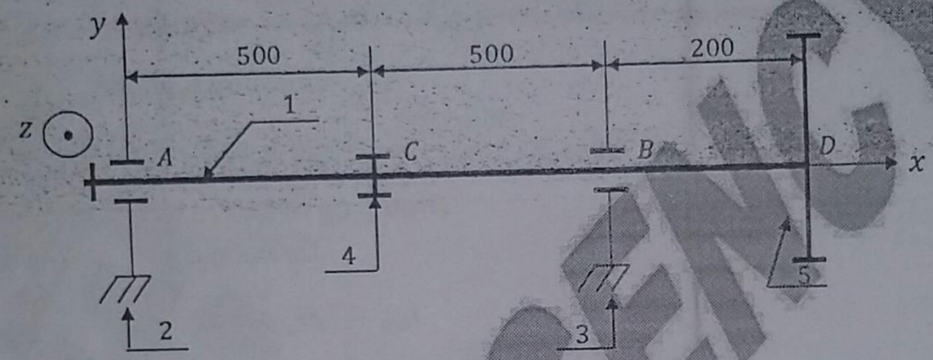


Figure 2 $\Re(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

$$\{T(4 \to 1)\}_C = \begin{Bmatrix} \vec{C} = (4 \to 1) \\ \vec{M}_C \end{Bmatrix}$$

Dans $\Re$; $\vec{C}(4 \to 1)\begin{vmatrix} 0 \\ 4\,000 \\ 0 \end{vmatrix}$; $\vec{M}_C(4 \to 1)\begin{vmatrix} 36 \times 10^4 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$

$$\{T(5 \to 1)\}_D = \begin{Bmatrix} D = (5 \to 1) \\ \vec{M}_D \end{Bmatrix}$$

$$\vec{D}(5 \to 1)\begin{vmatrix} 0 \\ -1200 \\ 0 \end{vmatrix} ; \ \vec{M}_D(5 \to 1)\begin{vmatrix} -36 \times 10^4 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\{T(2 \to 1)\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{A} = (2 \to 1) \\ \vec{M}_A \end{Bmatrix}$$

$$\vec{A}(2 \to 1)\begin{vmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{vmatrix} ; \ \vec{M}_A(2 \to 1)\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\{T(3 \to 1)\}_B = \begin{Bmatrix} \vec{B}(3 \to 1) \\ M_B \end{Bmatrix}$$

$$\vec{B}(3 \to 1)\begin{vmatrix} 0 \\ Y_B \\ Z_B \end{vmatrix} ; \ \vec{M}_B(3 \to 1)\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

L'arbre est en acier S260 avec $\sigma_C = 260\ MPa$ *et* $\tau_C = 130\ MPa$

$S = 2{,}6$ *coefficient de sécurité*

1/ Déterminons les actions mécaniques en A et B

1 est en équilibre si la somme des torseurs des actions mécaniques exercées sur lui est nulle.

$$\{T(2 \rightarrow 1)\}_A + \{T(4 \rightarrow 1)\}_A + \{T(3 \rightarrow 1)\}_A + \{T(5 \rightarrow 1)\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Ramenons tous les torseurs en A

$$\{T(4 \rightarrow 1)\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{C}(4 \rightarrow 1) \\ \vec{M}_C + \overrightarrow{AC} \wedge \vec{C}(4 \rightarrow 1) \end{Bmatrix} = \left\{ \vec{C}(4 \rightarrow 1) \, ; \begin{pmatrix} 36 \times 10^4 \\ 0 \\ 2 \times 10^6 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\overrightarrow{AC} \wedge \vec{C}(4 \rightarrow 1) = \begin{pmatrix} 500 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 4000 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

$$\{T(3 \rightarrow 1)\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{B}(3 \rightarrow 1) \\ \vec{M}_B + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{B}(3 \rightarrow 1) \end{Bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \vec{B}(3 \rightarrow 1) = \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1000Z_B \\ 1000Y_B \end{pmatrix}$$

$$\{T(3 \rightarrow 1)\}_A = \left\{ \vec{B}(3 \rightarrow 1) \, ; \begin{pmatrix} 0 \\ -1000Z_B \\ 1000Y_B \end{pmatrix} \right\}$$

$$\{T(5 \rightarrow 1)\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{D}(5 \rightarrow 1) \\ \vec{M}_D(5 \rightarrow 1) + \overrightarrow{AD} \wedge \vec{D}(5 \rightarrow 1) \end{Bmatrix}$$

$$= \left\{ \vec{D}(5 \rightarrow 1) \, ; \begin{pmatrix} -36 \times 10^4 \\ 0 \\ 144 \times 10^4 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\overrightarrow{AD} \wedge \vec{D}(5 \rightarrow 1) = \begin{pmatrix} 1200 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -1200 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -144 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4000 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1200 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$(4) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 36 \times 10^4 \\ 0 \\ 2 \times 10^6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1000Z_B \\ 1000Y_B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -36 \times 10^4 \\ 0 \\ -144 \times 10^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(3) \Rightarrow X_A = 0$$

$$Z_A + Z_B = 0$$

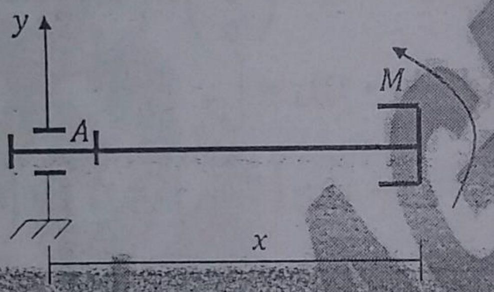
$$Y_A + Y_B = -2800$$
$$Z_B = 0 \implies Z_A = 0$$
$$Y_B = -560\ N\ et\ Y_A = -2240N$$

Les actions mécaniques en A et B sont :

$$\vec{A}(2 \to 1) = \begin{pmatrix} 0 \\ -7440 \\ 0 \end{pmatrix} ;\quad \vec{B}(3 \to 1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3440 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2/ Déterminons les équations de l'effort tranchant T_y, du moment de flexion M_{f_z} et du moment de torsion M_t le long de l'arbre ABCD.

✓ Tronçon $[AC]$ $x \in [0;500]$



$$\begin{cases} T_y = -Y_A = 2240 \\ M_{f_z} = -2240x \\ M_t = 0 \end{cases}$$

$$en\ A, x = 0 \implies M_{f_z} = 0$$
$$En\ C, x = 500 \implies M_{f_z} = -112 \times 10^4\ N.mm$$

✓ Tronçon 2 $[CB]$, $500 \leq x \leq 1000$

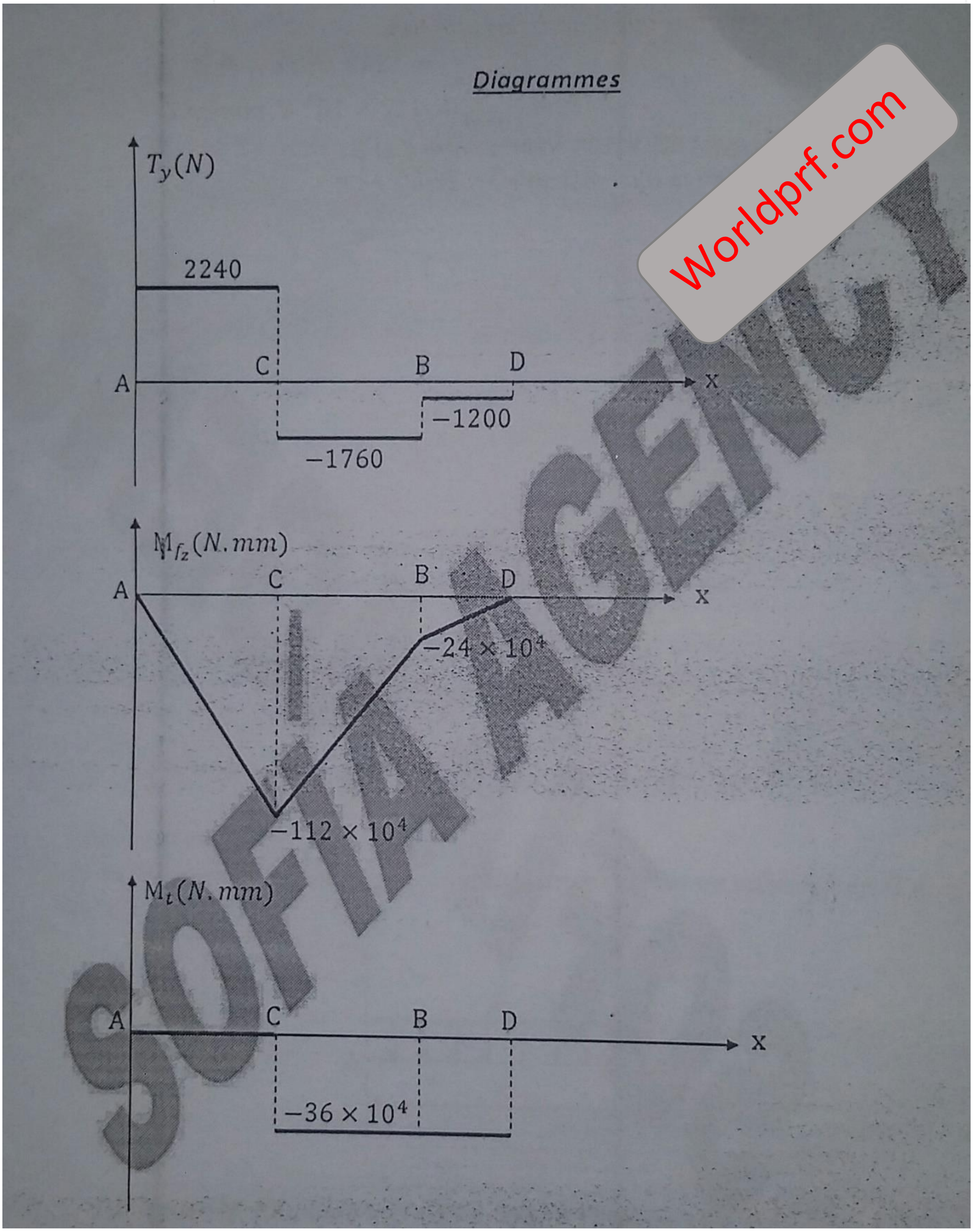
$$\begin{cases} T_y = 2240 - 4000 = -1760 \\ M_{f_z} = 1760x - 2 \times 10^6\ (N.mm) \\ M_t = -36 \times 10^4 \end{cases}$$

$$En\ B\ , x = 1000 - M_{f_z} = -24 \times 10^4$$

✓ Tronçon 3 $[BD]$, $1000 \leq x \leq 1200$

$$\begin{cases} T_y = -1200 \\ M_{f_z} = 1200x - 144 \times 10^4 \\ M_t = -36 \times 10^4\ N.mm \end{cases}$$

$$En\ D; x = 1200\ ;\ M_{f_z} = 0$$


Diagrammes
$T_y(N)$
2240
A
C
B
D
x
−1200
−1760
$M_{f_z}(N.mm)$
A
C
B
D
x
-24×10^4
-112×10^4
$M_t(N.mm)$
A
C
B
D
x
-36×10^4

On remarque que d'après les graphes,

$$|T_y|_{max} = 2240 \; entre \; A \; et \; C$$

$$|M_{f_z}|_{max} = 112 \times 10^4 \; N.mm \; en \; C$$

$|M_t|_{max} = 36 \times 10^4 \; N.mm$ *entre C et D*

La section la plus sollicitée est située en C

CONCOURS D'ENTREE EN $1^{ère}$ ANNEE
ENSET
session de 2015
CORRECTION DE L'EPREUVE DE SPECIALITE
Série : F_1/MA

Exercice 1 :

NB : VOIR CORRECTION EXERCICE 1 SESSION DE 2014

Exercice 2 :

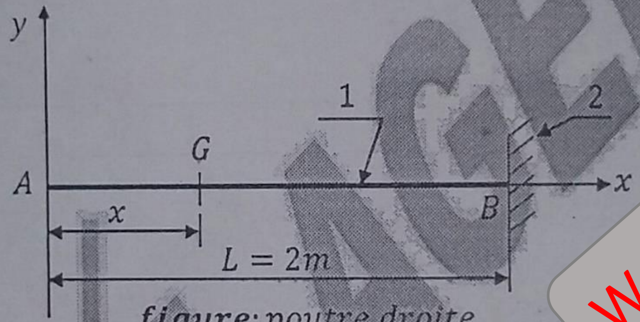
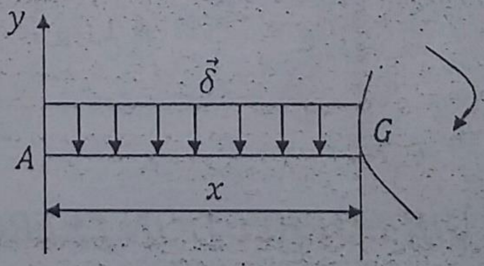


figure: poutre droite

$$\{T(3 \longrightarrow 1)\} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} \vec{A}(3 \longrightarrow 1) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}} \text{ avec } \vec{A}(3 \longrightarrow 1) = 200\vec{x} - 800\vec{y}$$

Densité linéique de 1. $\vec{\delta} = -200\vec{y}$

1/ Expressions des composantes du torseur des forces de cohésion en G dans $R(G,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$



$$D'\text{après le } PFS \text{ on a} : \{T(3 \longrightarrow 1)\}_G + \{T(\delta \longrightarrow 1)\}_G + \begin{Bmatrix} \vec{R}_G \\ \vec{M}_G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

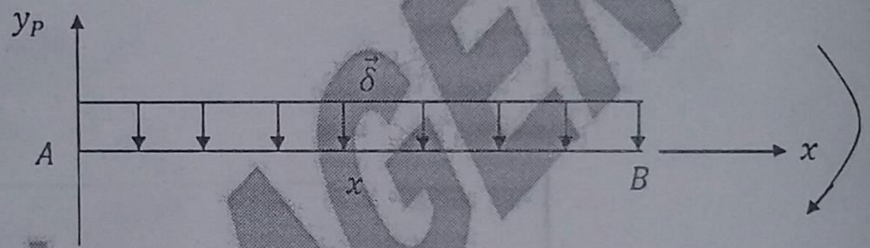
$$\begin{Bmatrix} 200\vec{x} - 800\vec{y} \\ 800x \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -200\vec{y} \\ 200\dfrac{x^2}{2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \vec{R}_G \\ \vec{M}_G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\vec{R}_G = (800 + 200x) - 200\vec{x}$$

$$\vec{M}_G = (-100x^2 - 800x)\vec{z}$$

$$\boxed{D'\text{où en } G \begin{cases} N = -200 & M_t = 0 \\ T_y = 800 + 200x & M_{fy} = 0 \\ T_z = 0 & M_{fz} = -100x^2 - 800x \end{cases}}$$

2/ Expression en B des composants du torseur d'encastrement $\{T(2 \rightarrow 1)\}$ dans $R(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$



L'équilibre dans (1) $\Leftrightarrow$ $\{T(3 \longrightarrow 1)\}_G + \{T(\delta \longrightarrow 1)\}_G + \{T(2 \longrightarrow 1)\}_G = 0$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \vec{A}(3 \longrightarrow 1) \\ +800L\vec{z} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -200L\vec{y} \\ +\dfrac{200L^2}{2}\vec{z} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \vec{R}_B \\ \vec{M}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{R}_B = -200\vec{x} + 1200\vec{y}$$

$$\Rightarrow \vec{M}_B = -200\vec{z}$$

$$\Rightarrow \boxed{d'\text{où } \{T(2 \longrightarrow 1)\}_B = {}_B\begin{Bmatrix} -200 & 0 \\ 1200 & 0 \\ 0 & -2000 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}}$$

<u>Exercice 3</u> :

<u>NB</u> : VOIR CORRECTION EXERCICE 1 SESSION DE 2013

Exercice 4 :

1/ En admettant que la pression moyenne sur le coussinet 3 a pour expression :

$$P_{moy} = \frac{F}{l.d}$$

Avec $l = 1{,}4d$. Déterminons le diamètre extérieur d de l'axe 4 en fonction de la pression de graissage entre 3 et 4.

$$P_{moy} = \frac{F}{l.d} = \frac{F}{1{,}4d^2} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{F}{1{,}44P_{moy}}}$$ où F est la force de pression qui s'exercice sur le coussinet.

Hypothèse : La pression admissible au contact $3 \longrightarrow 4$ est : $P_3 \leq 4MPa$

Déterminons F

F est la force de pression que 3 exerce sur 4

$$F = P_1 \times \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{P_1 \times \frac{\pi D^4}{4}}{1{,}4P_{moy}}} = D\sqrt{\frac{\pi P_1}{1{,}4 \times 4 \times P_{moy}}}$$

$$d = D\sqrt{\frac{\pi P_1}{5{,}6 \times P_{moy}}} \quad P_{moy} \approx 4MPa$$

$$AN: \boxed{d = 17{,}5\ mm}$$

2/

La contrainte tangentielle limite élastique de l'acier doux XC18 a pour valeur approximative : $\tau_e = 0{,}5\sigma_e = 0{,}5 \times 265 = 132{,}5MPa$

On en déduit la contrainte pratique de cisaillement dans la section (S) et (S')

$$\tau_P = \frac{\tau_e}{S} = \frac{132{,}5}{5} = 26{,}5MPa$$

La contrainte de résistance au cisaillement a pour expression :

$$\frac{|T|}{S} \leq \tau_P \ \ soit\ \ S \geq \frac{|T|}{\tau_P}$$

$$Soit\ \frac{\pi}{4}(d^2 - d_1^2) \geq \frac{|T|}{\tau_P} \Rightarrow d_i \leq \sqrt{d^2 - \frac{4|T|}{\pi\tau_P}} = \sqrt{17{,}5^2 - \frac{4 \times 862}{\pi \times 26{,}5}}$$

$$d_i \leq 16{,}2\ mm$$

CONCOURS D'ENTREE EN 1ère ANNEE
ENSET
session de 2016
CORRECTION DE L'EPREUVE DE SPECIALITE
Série : F_1/MA

NB : VOIR CORRECTION INTEGRALE SESSION DE 2015