



Epreuve de Mathématiques Option Pilotage

Durée : 4heures

I : 1) Donner la solution générale de chacune des équations différentielles suivantes.

a) $y' + 2y = 0$

b) $y' + 2y = e^{-x}$

c) $y' - 2xy = 0$

d) $y' - 2xy = 2xe^{x^2}$

e) $y''' - 2y'' - 3y' = 0 \rightarrow P(x) = k; k \in \mathbb{R}$

f) $y''' - y'' + y' - y = x^2 + x \rightarrow A \cos x + B \sin x + P(x)$

2) Résoudre dans l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels les équations et inéquations suivantes :

a) $2x^3 - 14x - 12 = 0$

b) $|x - 3| = 2x + 6$

c) $|x + 2| \leq 3x - 1$

d) $x^3 - 2x^2 - x + 2 \geq 0$

II : On considère les systèmes linéaires homogène et non homogène suivants :

$$(E_1) : \begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 + x_5 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

$$(E_2) : \begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 + x_5 = 2 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 - x_5 = -1 \\ 2x_1 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \end{cases}$$

- 1) Ecrire la matrice A du système homogène (E_1)
- 2) Quel est le rang de A ?

- 3) Donner la solution générale S_1 du système (E_1) .
- 4) Ecrire la matrice augmentée $B = (A/C)$ du système non homogène (E_2)
(B est constituée de la matrice A à laquelle on a ajouté à droite la matrice unicolonne C des seconds membres de (E_2))
- 5) Quel est le rang de B ?
- 6) Comparer les rangs de A et de B, en déduire l'ensemble solution du système (E_2) .

III : Préciser la dimension de chacun des sous-espaces vectoriels suivants :

$$E_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y = 0\}$$

$$E_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y - z = 0\}$$

$$E_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -y + z\}$$

$$E_4 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x - y + z - t = 0\}$$

Sujetsexamens.com
