CONCOURS CAMEROON
Scholarships - Recrutement - Emploi - Jobs - Anciennes Epreuves
www.concourscameroon.com

EPREUVE DE MATHEMATIQUES BACC CDE (GCE AL) 2012

EXERCICE I : 4 pts

Les résultats seront donnés à 10^{-3} près par excès. Une entreprise en matériel informatique fabrique des disquettes 3,5 pouces. 4% des disquettes fabriquées sont défectueuses. A l'issue de cette fabrication les disquettes sont contrôlées et triées en trois lots :

- Disquettes marquées, celles-ci portent la marque de l'entreprise ;
- Disquettes démarquées ;
- Disquettes à détruire.

PARTIE A : L'unité de contrôle rejette 3% des bonnes disquettes et 95% des disquettes défectueuses.

1. Quelle est la probabilité p_1 pour qu'une disquette soit défectueuse et acceptée ?
2. Quelle est la probabilité p_2 pour qu'une disquette soit bonne et refusée ?
3. Quelle est la probabilité p_3 pour qu'il y ait une erreur de contrôle ?
4. Montrer que la probabilité p_4 pour qu'une disquette soit acceptée est égale à 0,933.

PARTIE B : Le contrôle s'effectue par cinq tests successifs. Une disquette reçoit la marque de l'entreprise si elle subit avec succès 5 contrôles successifs, détruite si elle est refusée au moins deux fois et démarquée sinon.

1. Quelle est la probabilité p_5 pour qu'une disquette soit démarquée ?
2. Quelle est la probabilité p_6 pour qu'une disquette reçoive la marque de l'entreprise ?
3. Quelle est la probabilité p_7 pour qu'une disquette soit détruite ?

EXERCICE II : 6pts

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$ d'unité graphique 2cm, on considère l'ensemble E des points M d'affixe z tels que : $|z-1-i| = \frac{1}{4}|z+i\bar{z}-8(1+i)|$.

1) Soit P l'application du plan dans lui-même, qui à un point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = \frac{1}{2}\left(z+i\bar{z}-8(1+i)\right)$. On pourra poser $z = x+iy$ et $z' = x'+iy'$ où x, y, x', y' sont des réels.
   a) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que P(M)=M.
   b) Montrer que pour tout point M, les coordonnées du point M' vérifient l'équation : $x'+y'-8=0$. On appellera D la droite décrite par les points M'.
   c) Montrer que $\overrightarrow{MM'}$ est vecteur normal à la droite (D). Caractériser géométriquement l'application P.
2) On se propose de déterminer l'ensemble E défini au début de l'exercice.
   a) Montrer que $z-z' = \frac{1}{2}\left(z-i\bar{z}+8(1+i)\right)$.
   b) En déduire que l'ensemble E est une ellipse de foyer F d'affixe $1+i$ et de génératrice (D), d'excentricité $e = \frac{1}{2}$. Préciser l'axe focal.
   c) Vérifier que les points A et A' d'affixes respectives $2+2i$ et $2-2i$ sont deux sommets de E.
3) Allure de l'ensemble E.
   a) Construire dans le repère $(O;\vec{u};\vec{v})$ la droite (D), l'axe focal, les points A, A' et F.
   b) Déterminer géométriquement les deux autres sommets de l'ellipse.
   c) Donner l'allure de E.

CONCOURS CAMEROON
Scholarships - Recrutement - Emploi - Jobs - Anciennes Epreuves
www.concourscameroon.com

PROBLEME : 10pts

Partie I : On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1,+\infty[$ par : $f(x)=\frac{2x}{1+x}-ln(1+x)$.

1. Etudier les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition. Pour l'étude de la limite en -1, on remarquera que $f(x)=\frac{2x-(1+x)ln(1+x)}{1+x}$.
2. Etudier les variations de la fonction f et dresser le tableau de variations de f.
3. Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet, dans l'intervalle $]-1,+\infty[$ une solution unique notée α. Vérifier qu'une valeur décimale approchée de α à 10^{-1}près est 3,9.
4. Préciser, suivant les valeurs de x, le signe de $f(x)$.

Partie II : Soit g la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $g(0)=0$ et $g(t)=\frac{ln(1+t)}{\sqrt{t}}$ si $t>0$.

1. Démontrer que g est continue sur l'intervalle $[0;+\infty[$. Etudier la dérivabilité de g en 0.
2. Montrer que pour réel t strictement positif, on a : $g'(t)=\frac{1}{2\sqrt{t}}f(t)$.
3. Calculer la limite de g en $+\infty$(on remarquera que pour $t>0$: $ln(1+t)=lnt+ln\left(1+\frac{1}{t}\right)$ puis dresser le tableau des variations de g.
4. Le plan est rapporté au repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$. On prendra pour unités : 1cm sur l'axe $(O;\vec{i})$ et 10cm sur l'axe $(O;\vec{j})$. Construire la courbe (Γ) représentative de g.

Partie III : Cette partie a pour objectif de déterminer l'aire A, en unités d'aire, du domaine plan limité par l'axe des abscisses, la courbe (Γ) et la droite d'équation $(x=1)$.

1. a. Démontrer que la fonction g_1 définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par : $g_1(x)=\sqrt{x}ln(1+x)$ est dérivable en 0.

   b. Soit φ la fonction définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par : $\varphi(x)=2\sqrt{x}ln(1+x)-\int_0^x\frac{2\sqrt{t}}{1+t}dt$. Montrer que φ est dérivable en tout point de l'intervalle $[0;+\infty[$ et que $\varphi'(x)=g(x)$.
2. En déduire que : $A=2ln2-\int_0^1\frac{2\sqrt{t}}{1+t}dt$.
3. Le but de cette question est de calculer l'intervalle $\int_0^1\frac{2\sqrt{t}}{1+t}dt$. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par : $h(x)=\int_0^1\frac{2\sqrt{t}}{1+t}dt$ et k la fonction définie sur l'intervalle $I=\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ par $k(\theta)=tan^2\theta$.

   a. Calculer $(hok)(0)$.

   b. Prouver que, pour tout θ appartenant à I, $(hok)'(\theta)=4tan^2\theta$.

   c. En écrivant $tan^2\theta$ sous la forme $(tan^2\theta+1)-1$, déterminer une primitive de $(hok)'$ puis donner l'expression de (hok).

   d. Calculer $h(1)$.
4. Déduire des résultats précédents la valeur exacte de A.