REPUBLIQUE DU SENEGAL
MINISTERE DES FINANCES ET DU BUDGET
DIRECTION GENERALE DES DOUANES
DIVISION DE LA FORMATION
BUREAU DU RECRUTEMENT ET DE LA FORMATION INITIALE

CONCOURS DIRECTS D'ENTREE A L'ECOLE DES DOUANES - 2018

Section B 2 : contrôleurs et sous-officiers des douanes.
Matière : MATHEMATIQUES
Durée de l'épreuve = 02 Heures

EXERCICE 1 (6 points)

Choisir la bonne réponse en la justifiant. Une réponse convenable vaut 1,5 point toute réponse non justifiée est notée zéro point.

1) $S = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots\dots\dots + 2^{10}$ vaut :

a) $S = 2^{1+2+3+\cdots+10} = 2^{55}$. b) $S = \frac{10}{2}(2 + 2^{10})$. c) S=2046. d) S=1024.

2) On lance deux fois de suite un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note après chaque lancer le numéro apparu sur la face supérieure. Soit A l'événement « on obtient deux numéros identiques ». La probabilité de A vaut :

a) $P(A) = \frac{A_6^1}{A_6^6}$. b) $P(A) = \frac{C_6^1}{C_6^6}$. c) $P(A) = \frac{15}{36}$. d) $P(A) = \frac{1}{6}$.

3) Le réel $R = 2\ln\sqrt{e} - \ln\left(\frac{1}{e}\right)$ a pour valeur exacte :

a) R=1. b) R=2. c) R=3. d) R=0.

4) La fonction définie par : $h(x) = \ln x^2$ a pour domaine de definition E :

a) $E = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. b) $E =]0, +\infty[$. c) $E =]-\infty, 0[$. d) $E = \mathbb{R}$.

EXERCICE 2 (5 points)

Une personne place sur son compte au 01/01/2015 un capital de 100.000F CFA. Le compte produit des intérêts annuels de 5%. Chaque année les intérêts sont ajoutés au capital et deviennent à leur tour, générateurs d'intérêts.

Pour n entier naturel, on note C_n le capital au premier janvier de l'année $2015 + n$, on a ainsi

C_0=100.000F CFA.

1) Calculer C_1 et C_2. **1 pt**

2) Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n. En déduire la nature de la suite (C_n). **(1+0,5 pt)**

3) a) Exprimer C_n en fonction de n. **0,5 pt**

b) Calculer C_{10}. **0,5 pt**

4) En quelle année ce capital dépassera-t-il pour la première fois 250000F? **1,5 pt**

PROBLEME. **(9 points)**

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = -\frac{\ln x}{x}$. (C_f) est la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}, \vec{j}$) d'unité graphique $1cm$.

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. Étudier les limites de f aux bornes de D_f et en déduire les asymptotes à (C_f). **2,5 pts**

2) Calculer $f(1)$. Interpréter graphiquement le résultat. **1 pt**

3) a) Montrer que pour tout x de D_f, $f'(x) = \frac{\ln x - 1}{x^2}$. **1 pt**

b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur D_f. **1 pt**

c) Dresser le tableau de variations de f. **1 pt**

4) Donner une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 1. **1 pt**

5) Tracer la courbe (C_f) et la tangente (T). **1,5 pt**